

6.1. El Lenguaje MATLAB. Simulación de Sistemas.

El Matlab permite la simulación de sistemas cuya dinámica viene expresada como un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden.

$$\left. \begin{array}{l} x'_1 = \phi_1(x_1, \dots, x_n) \\ x'_2 = \phi_2(x_1, \dots, x_n) \\ \dots \\ x'_n = \phi_n(x_1, \dots, x_n) \end{array} \right\} \frac{d\bar{x}}{dt} = \phi(x, t) \quad (6.1)$$

siendo $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$ el vector de estado.

Para ello el lenguaje comprende cuatro tipos de especificaciones:

- Especificaciones del Sistema.
- Especificaciones de Entradas y Datos.
- Especificaciones de Control.
- Especificaciones de Salida.

Especificaciones del Sistema.

El sistema se define a través del fichero standard

$$\text{function } xd = \text{nombre}(t, x)$$

siendo $xd = [x'_1, x'_2, \dots, x'_n]$, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ y *nombre* una etiqueta para la identificación del sistema.

Ejemplo: Ecuación de Van der Pol. Oscilador Biológico.

$$\ddot{x} + (x^2 - 1)\dot{x} + x = 0$$

$$x(0) = 0.25; \quad x'(0) = 0$$

Se transforma la ecuación en variables de estado, esto es

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = x \\ x_2 = \dot{x} \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_2(1 - x_1^2) - x_1 \end{aligned}$$

y se codifica la función que expresa la dinámica del sistema

```
function xd= vdpol(t,x);  
xd=zeros(2,1); % inicializacion  
xd(1)= x(2);  
xd(2)= x(2).*(1-x(1).^2)-x(1);
```

Este fichero contendrá la definición del sistema, tal que el sistema puede constar de varias ecuaciones diferenciales, no-linealidades, etc. En cualquier caso el estado vendrá dado por $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Ejemplo:

$$\frac{dx}{dt} = v \cos \theta \quad \angle \quad v_a$$

$$\frac{dy}{dt} = v \sin \theta$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \angle g \cos \theta / v$$

$$\frac{dv}{dt} = \angle \frac{d}{n} \angle g \sin \theta$$

$$d = d_1 \cdot v^2$$

tal que el vector de estado viene dado por $\bar{x} = (x, y, \theta, v)$.

Especificaciones de Entrada y Datos.

La entrada al sistema $u(t)$ vendrá explicitada en la definición de la propia ecuación diferencial que define al sistema

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \phi(\bar{x}, u, t) \quad (6.2)$$

Los parámetros se darán bien en su valor directamente o mediante sentencias

```
global par \angle p;  
par \angle p = input('parametro p =');
```

en el programa principal, que serán usadas en la función de definición de xd .

En caso de manejo de funciones no lineales por tabla, se usará

$$f_i = \text{spline}(h, f, h_i)$$

con $h = [h_0 \dots h_n]$ y $f = [f_0 \dots f_n]$, que realiza interpolación por splines cúbicos (figura 6.3). Los vectores h y f se declararán en la definición del sistema.

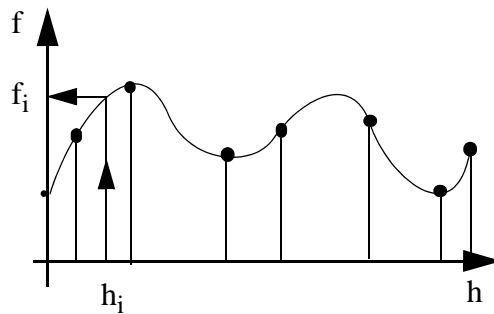


Figura 6.1. Interpolación de Funciones no Lineales

Especificaciones de Control.

La resolución de la ecuación diferencial que representa al sistema se realizará aplicando las formulas de integración `ode23`, `ode45`, `ode113`, `ode15s` y `ode23s`, según formato, por ejemplo

$$[t, x] = \text{ode23}('nombre', t_o, t_f, x_o)$$

Estas formulas usan pares de formulas RK con ajuste automático del paso de integración, tal que para la parte lenta $\Rightarrow T$ aumenta y para la parte rápida $\Rightarrow T$ disminuye, tal que

$t \Rightarrow$ vector de tiempo.

$x \Rightarrow$ vector de estados.

'nombre' \Rightarrow definición del sistema.

$t_o \Rightarrow$ tiempo inicial.

$t_f =$ tiempo final de simulación

$x_o \Rightarrow$ condiciones iniciales en x

Tambien es posible utilizar los métodos ODE de paso fijo, como ode1, (Euler), ode2(Trapezoidal), ode3, ode4 y ode5.

Ejemplo: Ecuación de Van der Pol

```
to= 0;  
tf= 20;  
x0= [0.25 0];% condiciones iniciales  
[t , x]= ode23('vdpol',t0,tf,x0);
```

Especificaciones de Salida

Se hará la representación gráfica de $x(t)$ o bien de $g(t)$ para el caso

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \phi(\bar{x}, \bar{u}, t); \quad y = g(\bar{x}, t) \quad (6.3)$$

y se usará la sentencia

$plot(t, x)$ o $plot(t, y)$

Ejemplo: Ecuación de Van der Pol

$plot(t, x)$

obteniéndose la gráfica de evolución temporal (figura 6.4).

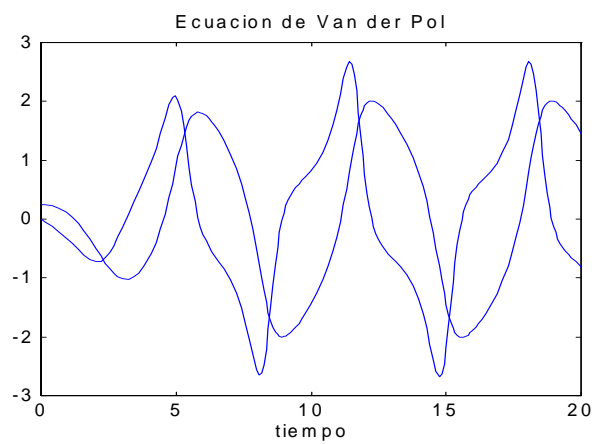


Figura 6.2. Evolución del modelo de Van der Pol